

2022年度 卒業論文

交通シミュレーションにおける
交通流の動的調整に関する研究

指導教員：渡辺 大地 教授

メディア学部 ゲームサイエンスプロジェクト
学籍番号 M0119104
柊元 勇輝

2022年7月

2022年度 卒業論文概要

論文題目

交通シミュレーションにおける
交通流の動的調整に関する研究

メディア学部

学籍番号：M0119104

氏
名

終元 勇輝

指導
教員

渡辺 大地 教授

キーワード

交通シミュレーション、交通流、交通量、交通密度、交通速度

交通シミュレーションとは、交通量や信号などといった制御システムを基にコンピュータ上で交通流を再現するものである。渋滞の再現、原因の究明と改善、新技術が投入による交通の変化の分析、問題の解決など、様々な目的に応じたシミュレーションが存在している。これらの交通シミュレーションは、マクロモデル、ミゾモデル、マイクロモデルという3種類に分けられる。近年では、状況や場所に応じて交通シミュレーションの種類を動的に変えることによって、計算精度を保ちながらも計算コストを下げるができるハイブリッドシミュレーションが研究されている。このハイブリッドシミュレーションに注目し、マクロモデルやマイクロモデルで利用される交通量や交通密度、交通速度といった自動車モデル以外の情報からマイクロモデルのシミュレーションを動的に調整する手法を提案した。

本研究では、車両モデル以外からの情報である交通量と交通密度、交通速度、平均車頭距離の関係を用いて、マイクロモデルの最適速度モデルによる交通流を、理想とする交通量と交通シミュレーション内における計測データから、交通流を動的に調整する交通シミュレーションを制作した。検証としては、シミュレーション内に操作できる自動車モデルであるプレイヤーを配置し、プレイヤーの走行速度と自動で走行する自動車モデルである自走車両の生成位置との距離を基に交通量を調節する交通シミュレーションを行った。結果としては、交通流の動的調整は行うことができたが、想定する交通流までの変化に時間がかかる点と、交差点での交通流の変化があまり見られなかったという問題点が上げられた。

目次

第1章	はじめに	1
1.1	背景と目的	1
1.2	論文構成	3
第2章	提案手法	4
2.1	パラメータの設定	4
2.2	車両の生成方法	5
2.3	走行車両の計測	6
2.4	計測後の各パラメータの再計算	7
2.5	理想交通量の再設定	8
第3章	提案手法の検証と評価	9
3.1	検証方法	9
3.2	環境設定	9
3.3	プレイヤー	12
3.4	自走車両	14
3.5	検証結果	14
3.6	考察	18
第4章	まとめ	20
	謝辞	21
	参考文献	22

目次

2.1	車両生成イメージ	5
2.2	計測器	6
2.3	計測区間	6
2.4	速度の計測	7
3.1	道路環境イメージ	10
3.2	制作した道路環境画像	10
3.3	各道路の進行方向	11
3.4	プレイヤーの出現位置	11
3.5	交差点の進行方向	12
3.6	自動車モデル（前）	13
3.7	自動車モデル（横）	13
3.8	プレイヤーが高速時の交通流	15
3.9	プレイヤー視点での高速時のプレイヤー視点	15
3.10	プレイヤーが低速時の交通流	16
3.11	プレイヤーが低速時のプレイヤー視点	16
3.12	プレイヤーが高速時の交通量が多い	17
3.13	プレイヤーが高速時の交通量が多い	17
3.14	プレイヤーが低速時の交差点	18
3.15	プレイヤーが高速時の交差点	18

第 1 章

はじめに

1.1 背景と目的

交通シミュレーションとは、交通量や信号などといった制御システムを基にコンピュータ上で交通流を再現するものである。渋滞の再現、原因の究明と改善、新技術が投入による交通の変化の分析、問題の解決など、様々な目的に応じたシミュレーションが存在している。

渋滞に関するシミュレーションとしては、山本ら [1] によるボトルネック [2] が原因による渋滞に関する研究や、駒田ら [3] によるサグ部 [4] の渋滞に関する研究などが存在する。

新技術投入の際のシミュレーションとしては、戸田ら [5] による自動運転車 [6] と非自動運転車が混在下での渋滞シミュレーションや、今井ら [7] による自動運転車の追従走行を行わせる機能であるアダプティブ・クルーズ・コントロール機能 [8] の評価を目的としたシミュレーション、古川ら [9] による自動運転レベル [10] が異なる自動運転車が混在した際に発生する問題の解決の検討などが存在する。自動運転の他に、清水ら [11] 信号制御の開発、設計を目的としたシミュレーションも存在する。

また、実際の交通は動的に変化するものであるため、従来のシミュレーションでは再現できないような交通の変化に対応した交通シミュレーションに関する研究も存在する。高橋ら [12] はマクロモデルとマイクロモデルを動的に変化させる動的ハイブリット交通流シミュレーションの提案を行った。交通シミュレーションはマクロモデル、メゾモデル、マイクロモデルの3つに大きく分けることができる。マクロモデルとは、走行している自動車の個々の特色を考慮せず、計算コストを下げることで広域なシミュレーションを行うことを目的としたモデルである。メゾモデルとは、

各車両をモデル化し、それらの挙動を交通量や交通密度などの車両モデルからの情報以外のものを利用して統計的に再現することで計算精度を保ちつつ、広域のシミュレーションが可能なモデルである。マイクロモデルとは、走行している個々の車両の特色を考慮し、交差点やボトルネック [2] といった渋滞が発生しやすい特定の個所のシミュレーションを目的としたモデルである。これらの交通シミュレーションのモデルは、適用する領域が事前に決められていることから、動的な交通システムを再現することが難しい。そこで、高橋ら [12] はマクロモデルとマイクロモデルの両方を切り替えて利用することで、精度の安定と計算コストを抑えたハイブリッドシミュレーションが実現できるのではないかと提案した。高橋らが提案した手法では、シミュレーションを行う環境内にマクロモデルによるシミュレーションを行うマクロ領域とマイクロモデルによるシミュレーションを行うマイクロ領域の 2 つの領域を定義し、対象とするセルがマクロ領域からマイクロ領域に移行する際にマクロモデルからマイクロモデルに切り替えることで、特定の場所でマイクロモデルによる精密なシミュレーションが可能なハイブリッドシミュレーションを実現した。結果として、交通シミュレーション全域をマイクロモデルで行うよりも 5 割から 7 割の計算時間を削減できること、全域をマクロモデルで行うよりも精密なシミュレーションを行うことができることを示した。また、実際の高速道路の観測データを利用した実験も行った。その結果として、パラメータの設定を適切に行うことで、計算コストを抑えた再現性の高いシミュレーションを実施できることを示した。

このような交通シミュレーションの動的な調整に関する研究例としては、飯田ら [13] による、マクロモデルとマイクロモデルの併用による経路選択などを考慮した動的な数値シミュレーションがある。

高橋ら [12] が行った研究において、交通シミュレーションモデルを切り替えることによって、様々な場面で利用できるハイブリッドシミュレーションを提案した。このハイブリッドシミュレーションに注目し、マクロモデルで利用される交通量や交通密度、交通速度といった自動車モデル以外の情報からマイクロモデルのシミュレーションを動的に調整する手法を提案した。

本研究では、車両モデル以外からの情報である交通量と交通密度、交通速度、平均車頭距離の関係をj用いて、ミクロモデルの最適速度モデルによる交通流を、理想とする交通量と交通シミュレーション内における計測データから、交通流を動的に調整する交通シミュレーションを制作した。

検証として、シミュレーション内に操作できる自動車モデルであるプレイヤーを配置し、プレイヤーの走行速度を基に交通量を調節する簡易的な交通シミュレーションを行った。

結果としては、交通流の動的調整は行うことができたが、想定する交通流までの変化に時間がかかる点と、交差点での交通流の変化があまり見られなかったという問題点が上げられた。

1.2 論文構成

本論文では、全4章にて構成する。第2章では、交通シミュレーションにおいて交通流を動的に調整する提案手法について述べる。第3章では、実装を行った環境の説明と提案手法の評価と考察を行う。最後に、第4章にてまとめを述べる。

第 2 章

提案手法

本章では、交通流を動的に調整する手法について解説する。2.1 では、本手法で利用するパラメータの設定について解説する。2.2 では、自動車モデルの生成方法について解説する。2.3 では交通シミュレーション内での各自動車モデルの速度の計測方法について解説する。2.4 では、計測した値をもとにしたパラメータの再計算について解説する。2.5 理想交通量の再設定について解説する。

2.1 パラメータの設定

この節では利用するパラメータの設定について解説する。まず、対象区間における理想とする交通量と交通速度を設定する。

理想とする交通量を Q (台/h) , 交通速度を V (km/h) , 交通密度を K (台/km) とする。これらより、以下の式が成立する。[14]

$$Q = K \times V \quad (2.1)$$

したがって、理想とする交通密度 K (台/h) は、以下のようになる。

$$K = \frac{Q}{V} \quad (2.2)$$

次に、算出した交通密度を基にその区間の平均車頭距離を算出する。その区間の平均車頭距離は交通密度の逆数と等しいことから、平均車頭距離を H (m) とすると以下のようになる。

$$H = \frac{1000}{K} \quad (2.3)$$

この平均車頭距離を基に自動車を生成させ、交通流を調整する。

2.2 車両の生成方法

対象区間での車両の生成方法について解説する。まず、車両生成位置から、前方に存在する車両の車頭距離 $D(m)$ を算出する。本研究での算出方法としては Unity[15] の機能の 1 つである Ray[16] を利用して、距離を算出する。Ray を利用した車両生成位置から、前方車両後部までの距離を $d(m)$ とし、その車両の車長を $l(m)$ とすると、以下のようになる。

$$D = d + l \quad (2.4)$$

この車頭距離 $D(m)$ が平均車頭距離 $H(m)$ 以上になった際に自動車を「自動車生成位置」に生成する。

$$D \geq H \quad (2.5)$$

図 2.1 は、車等距離 $D(m)$ が $H(m)$ 以上になった際に自動車を生成するイメージである。

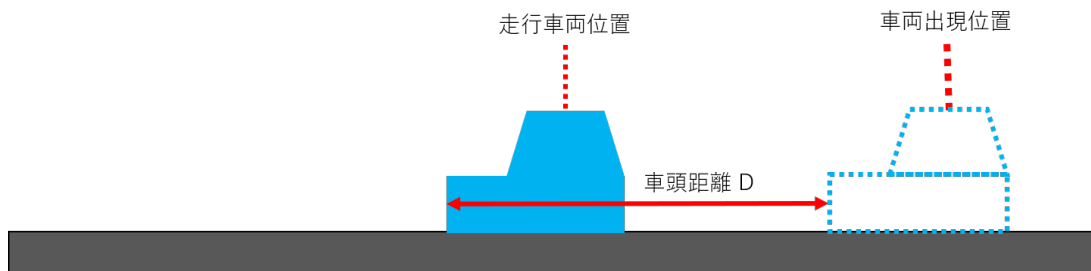


図 2.1 車両生成イメージ

2.3 走行車両の計測

対象区間を走行している自動車の計測データを記録する方法について解説する。本研究で行うシミュレーションにおいて、計測値による値の算出を行うため、走行している自動車の速度とその地点における自動車の通過台数を計測する計測器を制作した。図 2.2 は、制作した計測器である。

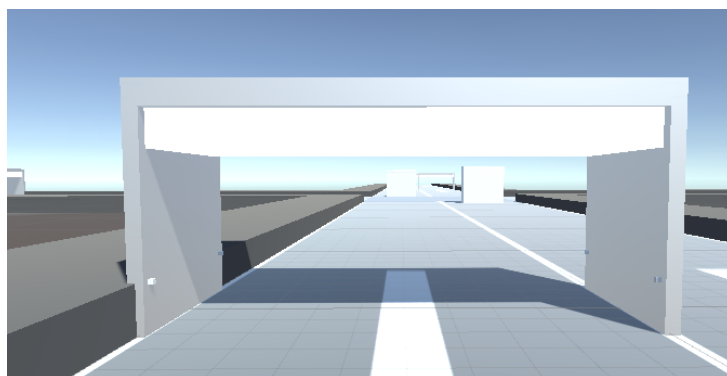


図 2.2 計測器

計測器には 2 つの Ray が設置されている。計測器はこの 2 つの Ray を自動車が通過することで速度を計測している。計測に利用する Ray には $d(m)$ の間隔を空けて設置されている。この間隔を計測区間とする。図 2.3 は計測器に設置された 2 つの Ray と計測区間を示している。

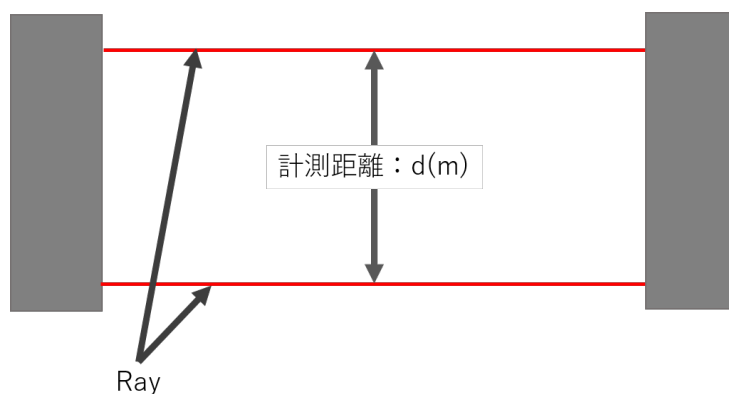


図 2.3 計測区間

計測区間を自動車が入り込んだ時間を $t_0(s)$, 計測区間の出口に入り込んだ時間を $t_1(s)$ とする。自動車の速度を $v(m/s)$ とすると、計測距離 $d(m)$ はこの区間内での走行距離とみなせるため、以下

の様に自動車の速度を求めることができる。

$$v = \frac{d}{t1 - t0} \quad (2.6)$$

記録する際は (km/h) に変換して記録していく。通過台数に関しては、この計測区間を通過した台数を記録していく。本研究では、 $d = 4.0(\text{m})$ とした。図 2.4 は速度の計測方法を示している。

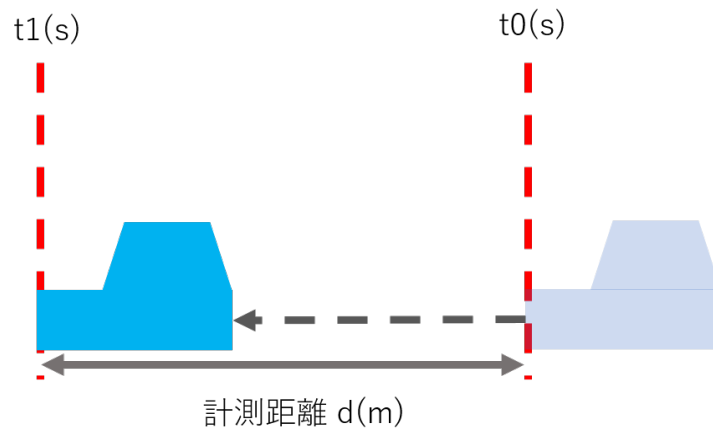


図 2.4 速度の計測

この計測器を利用した計測はシミュレーション開始と同時に計測を開始し、計測時間を経過後、交通量と交通速度、交通密度を計算する。その後、記録をリセットし、再度計測を再開する。

2.4 計測後の各パラメータの再計算

計測されたデータを基に対象セクションの交通量と交通速度、交通密度の算出を行う。これらの算出も交通量と交通密度、交通速度の関係性を利用する。[14][17]

交通量を $Q(\text{台/h})$ として、計測時間と $T(\text{h})$ 、計測時間内での通過台数を n 台とすると、以下のように計算できる。

$$Q = \frac{n}{T} \quad (2.7)$$

次に、交通速度を $V(\text{km/h})$ とすると、 V は通過した車両の速度の調和平均で求めることができ

る。以下のように計算できる。

$$V = \frac{n}{\sum_{i=0}^n \frac{1}{v_i}} \quad (2.8)$$

交通量 Q (台/h) と交通速度 V (km/h) を基に交通密度を算出する。交通密度を K (台/km) とすると、式 2.2 より

$$K = \frac{1}{T} \times \sum_{i=0}^n \frac{1}{v_i} \quad (2.9)$$

これによりこの対象セクションの平均車頭距離 D (m) は式 2.3 より

$$D = \frac{T}{\sum_{i=0}^n \frac{1}{v_i}} \times 1000 \quad (2.10)$$

この平均車頭距離を利用して、車両を生成することで、交通流を調整する。

2.5 理想交通量の再設定

本手法では、理想交通量をシミュレーション中に自由に設定することができる。変動した交通量と、計測した交通速度をもとに式 2.3 により交通密度を求め、式 2.3 によって平均車頭距離を求める。再度求めた平均車頭距離と式 2.5 を基に自動車モデルを生成する。そして、計測器のデータを用いた式 2.8 による交通速度の算出と式 2.9 による交通密度の算出、式 2.10 による平均車頭距離の算出によって、理想とする交通量に近づくように調整していく。

第 3 章

提案手法の検証と評価

ここでは、提案した手法が実際に機能しているかについての検証と評価について述べる。3.1 では、検証方法を解説する。3.2 では、検証を行った環境について解説する。3.5 では、検証を行った結果について解説する。最後に、3.6 では、結果からの考察を述べる。

3.1 検証方法

実際に交通シミュレーションを制作し、交通流を動的に調整できるのかどうかの検証を行った。制作した交通シミュレーションでは、自動で走行する自動車モデル（以後「自走車両」と呼称する）に加えて、自由に操作が可能な自動車モデル（以後「プレイヤー」と呼称する）を配置した。プレイヤーの走行速度に応じて交通シミュレーション内の交通流を調整を行った。この検証では、最大交通量 Q_{\max} (台/h) と最小交通量 Q_{\min} (台/h) を設定し、プレイヤーの走行速度 pv (km/h) を用いて理想交通量 Q_d (台/h) を以下の式で設定する。

$$Q_d = \max\{Q_{\max} - 10pv, Q_{\min}\} \quad (3.1)$$

また、この検証ではプレイヤーの速度が 60 (km) 以下の場合には低速、プレイヤーの速度が 100 (km/h) である場合は高速とする。

3.2 環境設定

実際に制作した交通シミュレーションの環境設定について解説する。

本研究では、直線距離 2 (km) の片側 1 車線の道路 2 本と 1 つの交差点を想定した交通シミュ

レーションを行った。図 3.1 に想定する道路環境の図と 3.2 に実際に制作した画像を示す。

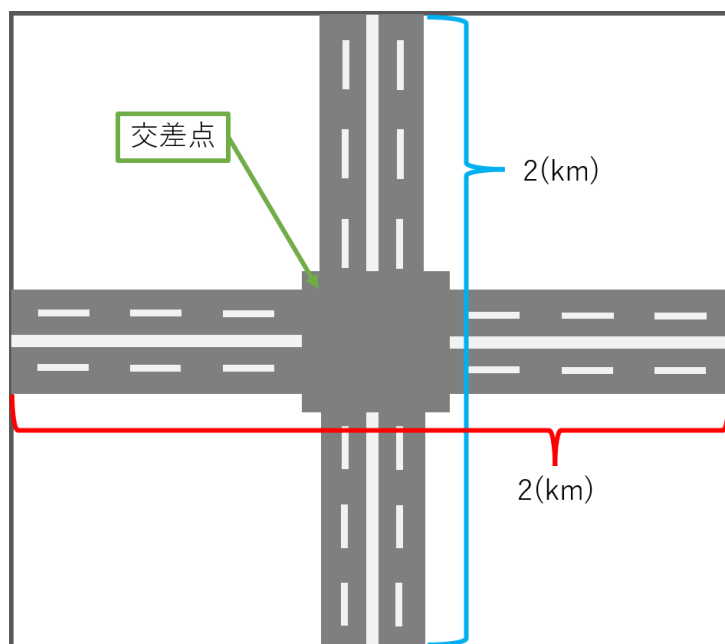


図 3.1 道路環境イメージ

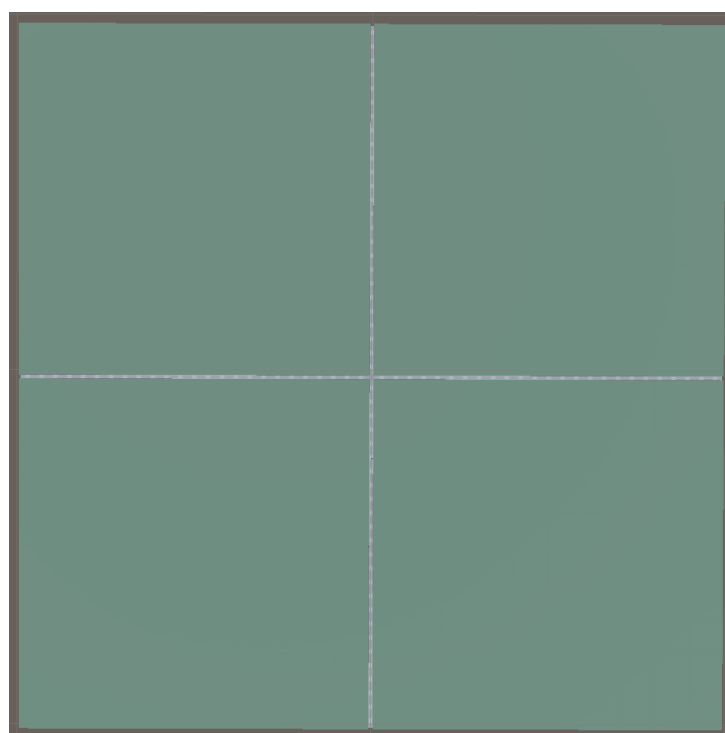


図 3.2 制作した道路環境画像

自走車両は各直線道路を前後左右の方向で走行し、端まで走り切ると消失する。3.3 に走行車両

の進行方向を示す。

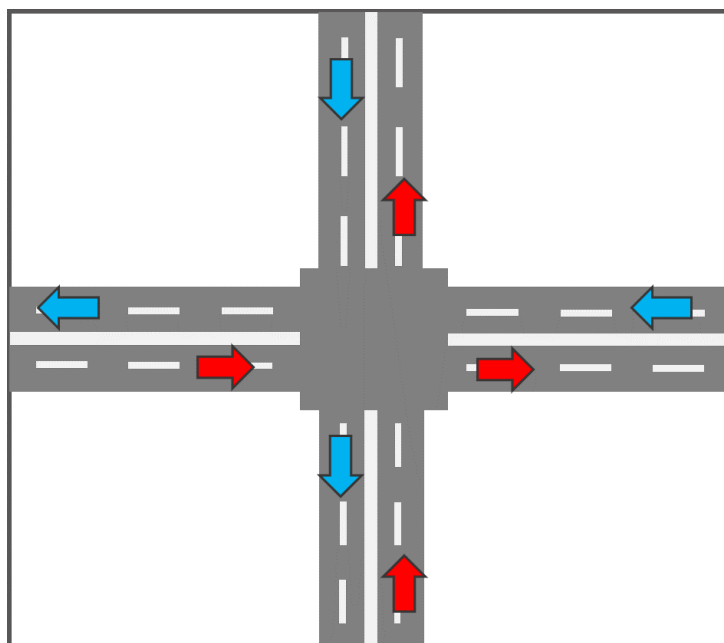


図 3.3 各道路の進行方向

プレイヤーはマップ中央下部の上り方向の道路に配置し、このマップ内を自由に移動することが可能である。図 3.4 にプレイヤーの配置位置を示した画像を示す。

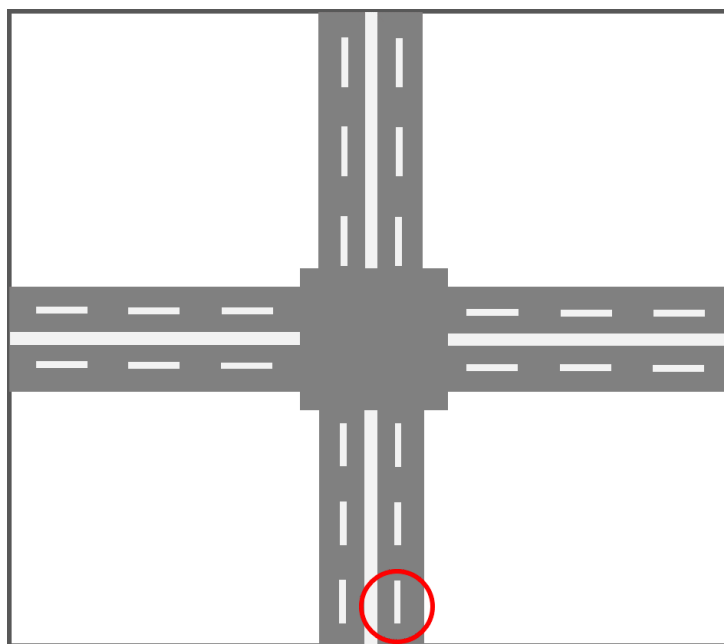


図 3.4 プレイヤーの出現位置

マップ内には直線道路が交じり合う点には交差点を設置した。自走車両はこの交差点を直進か右折を行う。図 3.5 に各車線からの進行方向を示す。

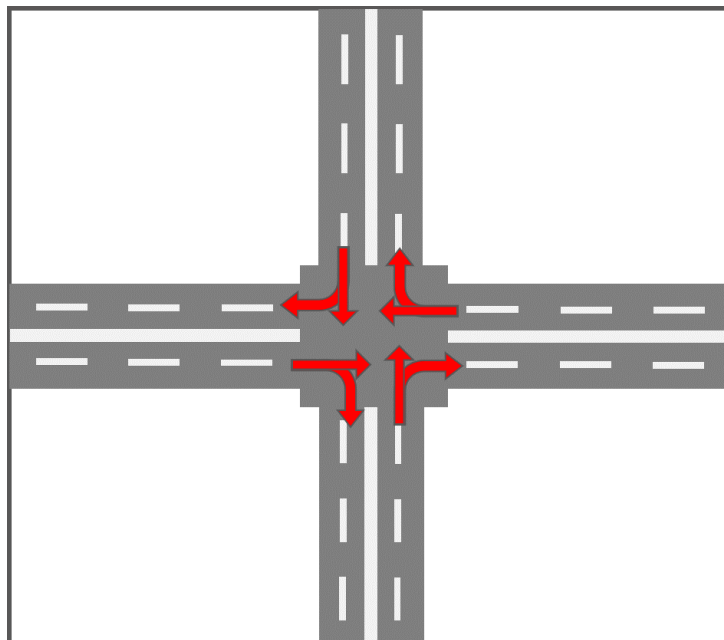
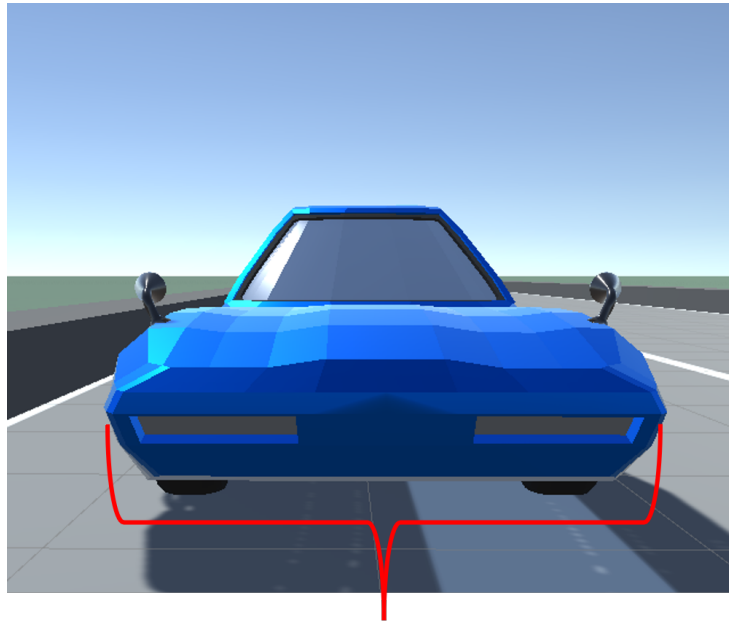


図 3.5 交差点の進行方向

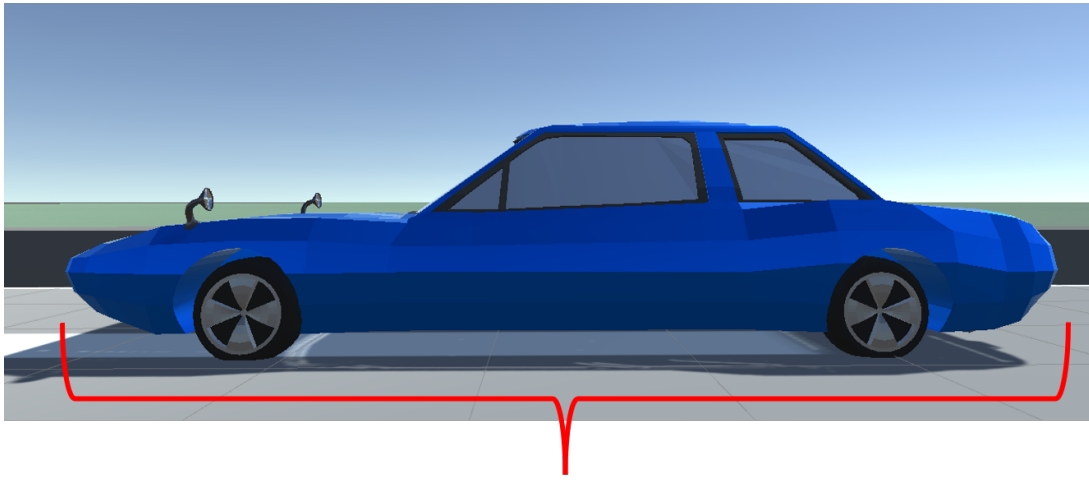
3.3 プレイヤー

プレイヤーと自走車両は、幅 $2(m)$ 、長さ $5(m)$ の自動車モデルとする。図 3.6 に自動車モデルの前後の画像と図 3.7 に横側の画像を示す。



幅：2(m)

図 3.6 自動車モデル (前)



長さ：5(m)

図 3.7 自動車モデル (横)

プレイヤーは、W,S キーで加速、減速を行うことができ、A,D キーで方向転換を行うことができる。

3.4 自走車両

自走車両は、最適速度モデル [18][19] を利用し、簡易的な自動車挙動を再現する。時刻 t における自動車モデル i の位置を x_i とすると、最適速度モデルの加速度は以下のようになる。

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} = a \left\{ V(\Delta x_i) - \frac{dx_i}{dt} \right\}$$

$V(\Delta x_i)$ は最適速度関数である。 Δx_i は自動車モデル i と、その前方を走る自動車モデル $i+1$ の車間距離を表している。 a はその自動車モデルの感度を表し、ドライバーがアクセルやブレーキを踏む際の反応速度や自動車の加減速性能を表すパラメータである。本研究において、この a は自動車の加減速性能を表すパラメータとする。車間距離に関しては本研究で利用するゲームエンジンである Unity[15] の Ray[16] を利用して距離を求めている。このようにすることで、配列やリストでの管理を行うことなく、スムーズに自動車同士の前後の入れ替えや車列へ新たな自動車モデルの追加が可能になると考えたためである。この検証では、長井ら [20] が用いた最適速度関数を用いて、最適速度を決定する。

$$V(\Delta x_i) = \frac{V_{\max}}{2} [\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)]$$

ここで、 V_{\max} は自動車モデルの最大速度であり、 x_c は安全距離である。

3.5 検証結果

上記の様な交通シミュレーションを作成し、プレイヤーの走行速度に応じて交通流が変化するかを検証を行った。結果としては、プレイヤーの走行速度に応じて交通流の変化は確認できた。プレイヤーの走行速度が低速の場合、周辺の自走車両が減少した。以降、検証結果で載せるプレイヤー視点に表示されている速度は時速 (km/h) である。図 3.8 にプレイヤーが高速時の交通シミュレーション内の状態と図 3.9 にプレイヤーからの視点を示す。

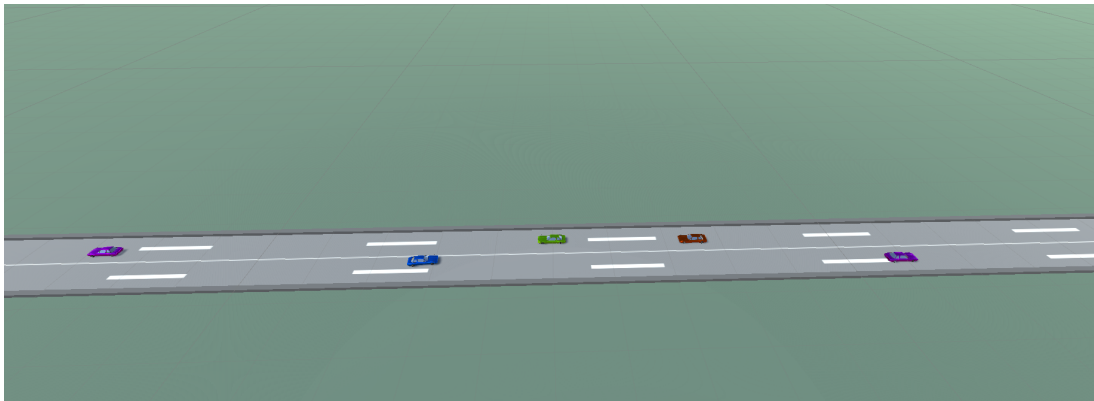


図 3.8 プレイヤーが高速時の交通流

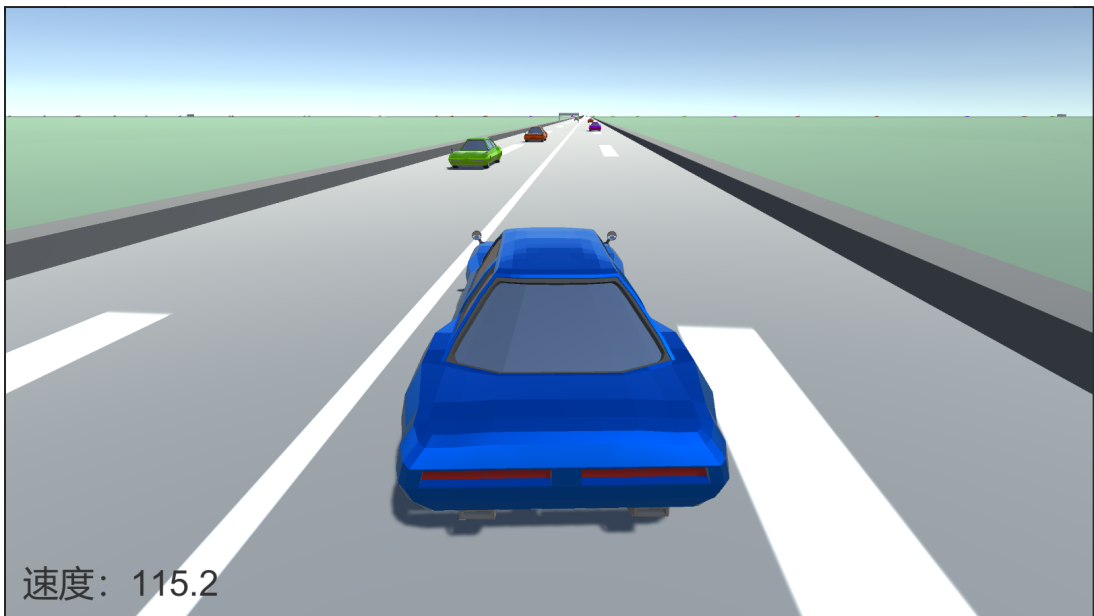


図 3.9 プレイヤー視点での高速時のプレイヤー視点

プレイヤーの走行速度が低速の場合、周辺の自走車両が増加し、走行速度が高速時に比べて自走車両の数が多くなっていた。図 3.10 にプレイヤーが低速時の交通シミュレーション内の状態と図 3.11 プレイヤーからの視点を示す

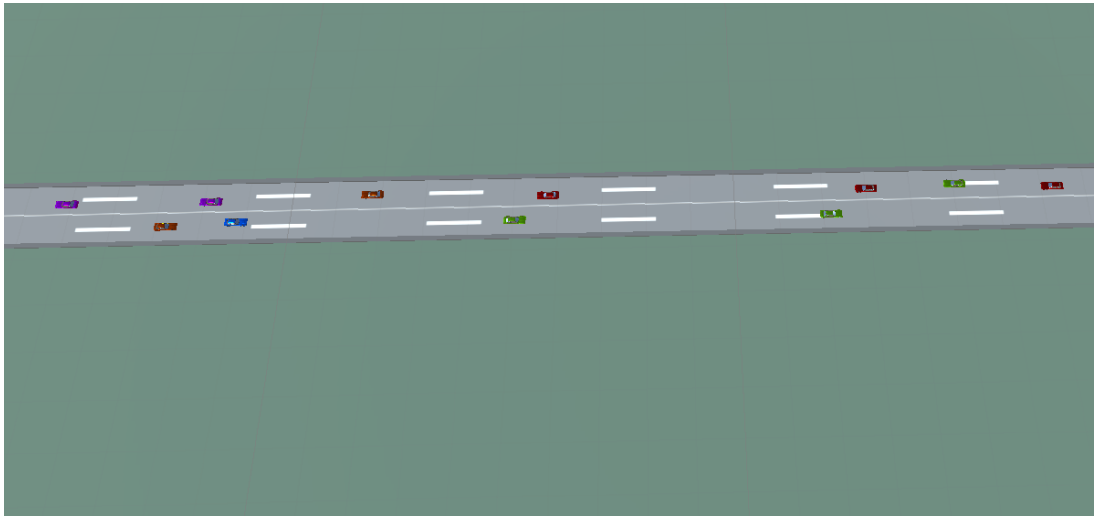


図 3.10 プレイヤーが低速時の交通流

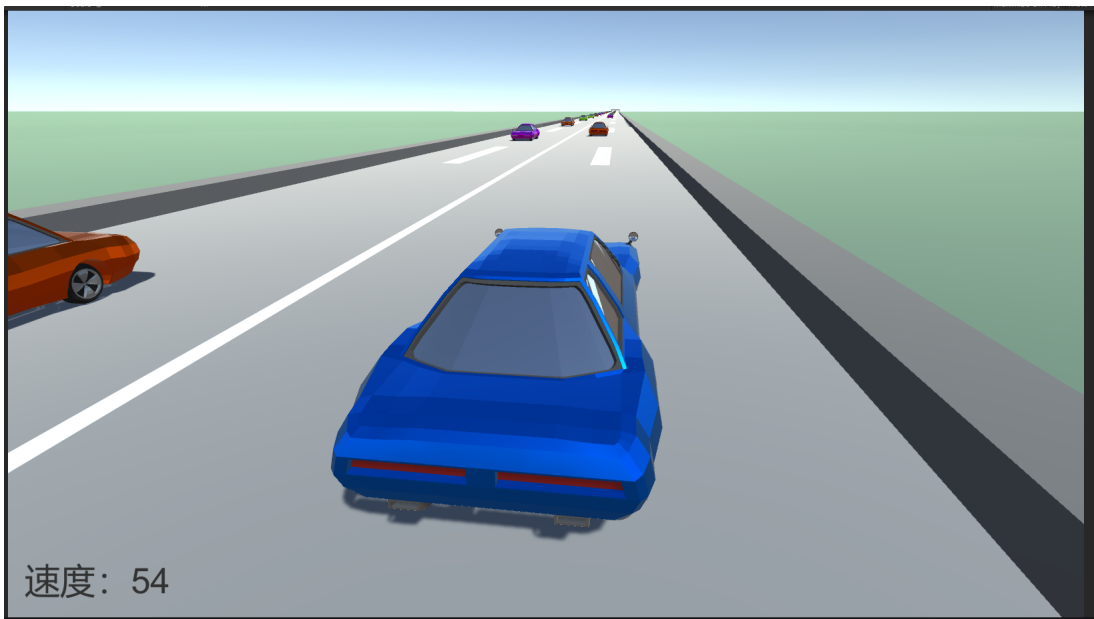


図 3.11 プレイヤーが低速時のプレイヤー視点

プレイヤーの走行速度に応じて交通流の変化が見られた。プレイヤーの走行速度が高速である場合、理想とする交通量は減少するため、交通密度が減少する。交通密度が減少した結果として、平均車頭距離が長くなったため、生成される自動車が増加した。プレイヤーの走行速度が低速の場合、理想とする交通量は増加するため、交通密度が上昇する。交通密度が上昇した結果、平均車頭距離が短くなったため、生成される自動車が増加した。

しかし、プレイヤーが高速で走行していても、交通量が多くなっている場面が見受けられ、想定する交通流に至るまで時間が掛かることがあった。3.12 にプレイヤーが高速ではあるが交通量が多かった画像と 3.13 にその場面でのプレイヤーの視点を示す。

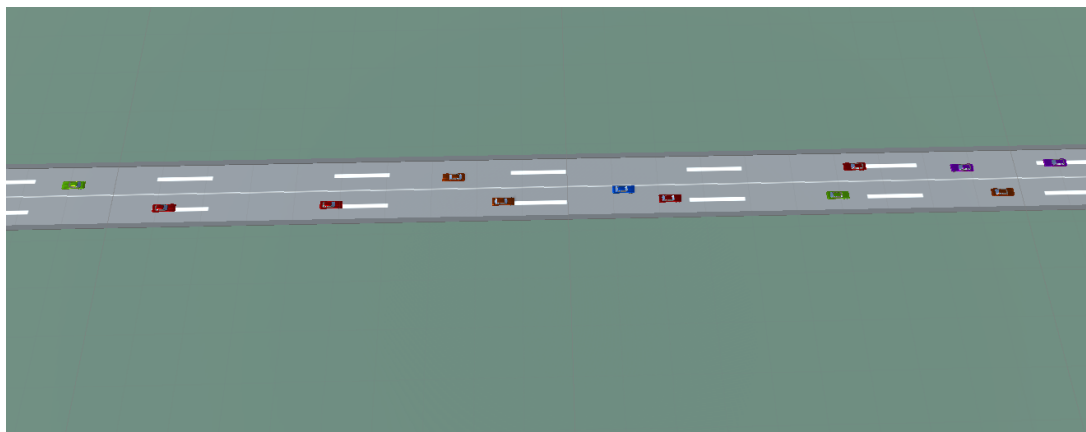


図 3.12 プレイヤーが高速時の交通量が多い

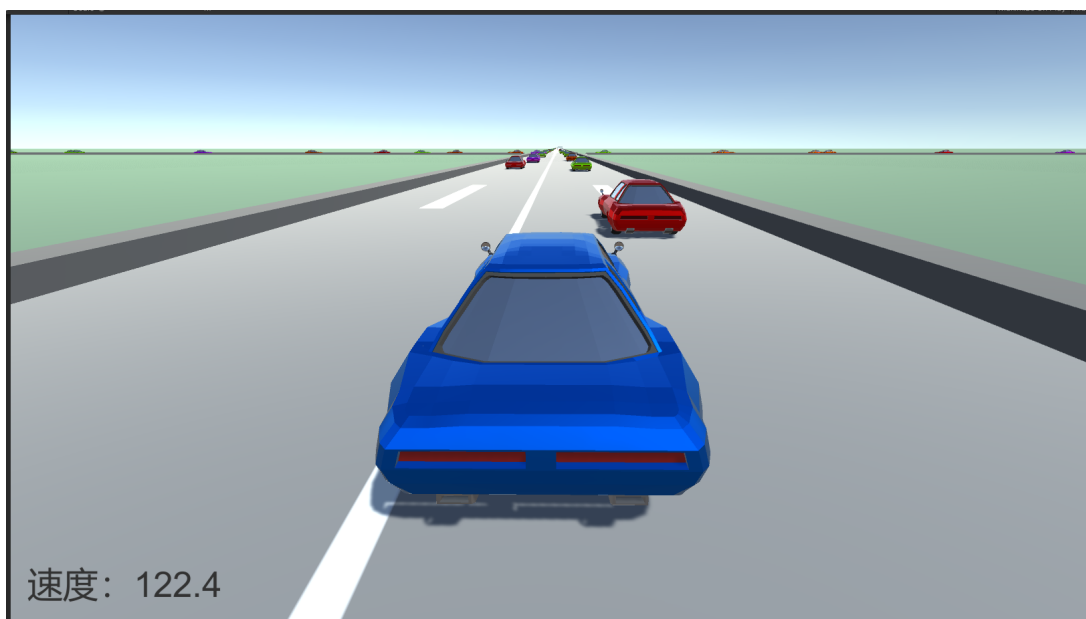


図 3.13 プレイヤーが高速時の交通量が多い

交差点に関しては、プレイヤーが低速時、高速時ともに状態に変化があまり見られなかった。図 3.14 に低速時の交差点と、図 3.15 に高速時の交差点の画像を示す。

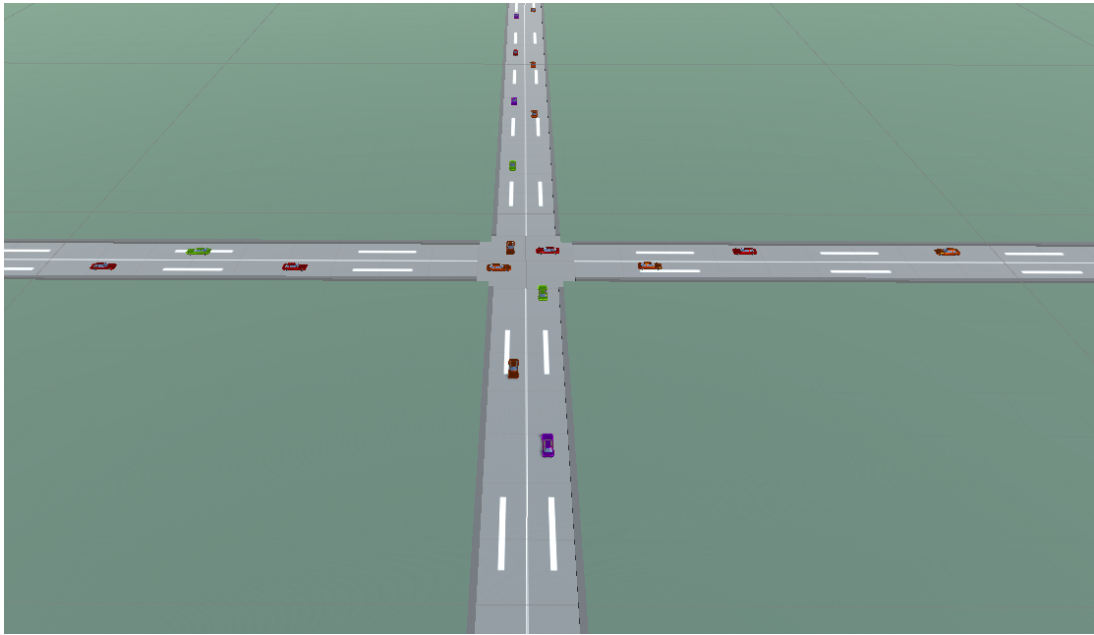


図 3.14 プレイヤーが低速時の交差点



図 3.15 プレイヤーが高速時の交差点

3.6 考察

検証の結果から、プレイヤーの走行速度に応じて想定通りの変化を確認することができた。しかし、交通シミュレーションを行う中で、想定する交通流になるまでに時間掛かることがわかつ

た。これは、提案手法において、交通量を調整した結果を自動車モデルの生成部分にのみ影響を与えているためであると考えられる。提案手法では、交通量と交通密度、交通速度から式 2.1 と式 2.2、式 2.3 より平均車頭距離を求め、これをもとに自動車モデルを生成している。そのため、生成後の車両には直接提案手法への影響がでないため、交通流の変化に時間がかかると考えられる。また、交差点部での交通流の変化があまり見られなかった。これは、交差点が簡素なものであったため、十分に機能していなかったことが考えられる。

第 4 章

まとめ

本研究では、交通量と交通密度、交通速度の関係性を利用して、交通流を動的に調整する手法を提案した。提案した手法の検証として、交通量をプレイヤーの走行速度をもとに調整する簡易的な交通シミュレーションを行い、プレイヤーの走行速度が高速な場合は交通量を減少し、自走車両の数を減らす、プレイヤーの走行速度が低速な場合は、交通量を増加し、自走車両の数を増加するというような変化が起こるかを検証した。結果としては、プレイヤーの走行速度に応じて想定通りの変化を確認することができた。しかし、想定する交通流になるまでに時間掛かるという点と、交差点での交通流の変化があまり見られなかった。前者は、交通量による変化が自走車両の生成部分にのみ適応されているため、元々生成されていた自走車両に影響がでないこと限位として考えられる。後者に関しては、交差点が簡素なものであったため、十分に機能していなかったことが考えられる。

今後の展望としては、自動車モデルの生成部分以外での動的調整と交通環境をより正確に再現したうえでの検証を目指していきたい。

謝辞

本論文を執筆するにあたり、アドバイスや指導をして頂いた渡辺大地先生、阿部雅樹先生、大変お世話になりました。中々自分から動くことができず、迷惑をかけることもありましたが、付き合っていて心より感謝いたします。また、アドバイスや相談に乗ってくれた友人や研究室のメンバーにも感謝しています。ありがとうございました。

参考文献

- [1] 山本大樹, 西成活裕. 速度制御によるボトルネックの交通流量改善. 交通流と自己駆動粒子系シンポジウム論文集, Vol. 21, , 2015.
- [2] 交通工学研究会, 編集委員会, 交通工学ハンドブック編集小委員会. ボトルネック交通 - 工学用語集. <http://glossary.jste.or.jp/%E3%83%9C%E3%83%88%E3%83%AB%E3%83%8D%E3%83%83%E3%82%AF/>. 参照: 2022.6.30.
- [3] 駒田和史, 増倉秀一, 長谷隆. 重力を考慮した交通モデルとサグ部での渋滞. 交通流と自己駆動粒子系シンポジウム論文集, Vol. 23, , 2008.
- [4] ZUEICH チューリッヒ保険会社. 高速道路の渋滞の原因、サグ部とは? <https://www.shutoko.jp/ss/shutokonews/archive/master/201809.html>. 参照: 2022.6.30.
- [5] 戸田賢, 高松敦子. 自動運転車と人間が運転する自動車の混在下で発生する渋滞シミュレーション. 交通流と自己駆動粒子系シンポジウム論文集, Vol. 23, , 2017.
- [6] ZUEICH チューリッヒ保険会社. 自動運転車とは。自動運転技術（システム）について. <https://www.zurich.co.jp/car/useful/guide/cc-what-is-autonomous-driving/>. 参照: 2022.7.12.
- [7] 今井和貴, 星川孝治, 橋本由佳, 安村美紀, 呉屋国明, 太田徳高, 松原豊. 自動運転用仮想環境シミュレータを用いたアダプティブ・クルーズ・コントロール機能の評価. Technical Report 45, 株式会社ヴィッツ, 株式会社ヴィッツ, 株式会社ヴィッツ, 株式会社ヴィッツ, 株式会社ヴィッツ, 株式会社ヴィッツ, 株式会社ヴィッツ, 名古屋大学大学院情報学研究科, feb 2020.
- [8] JAF. Acc（アダプティブ・クルーズ・コントロール）とは? <https://jaf.or.jp/common/kuruma-qa/category-construction/subcategory-structure/faq069>. 参照: 2022.6.30.

- [9] 古川義人, 清原良三. 自動運転車両普及期における交差点での交通流改善手法の検討. マルチメディア, 分散協調とモバイルシンポジウム 2018 論文集, 第 2018 巻, pp. 1355–1362, jun 2018.
- [10] mACNiCA. 自動運転のレベル分けとは? レベル 0~5 までを一挙解説 - モビリティソリューション - マクニカ. <https://www.macnica.co.jp/business/maas/columns/135343/>. 参照: 2022.7.12.
- [11] 清水光, 小林正明, 藤井温子, 片桐重和. 確定的信号制御システムの開発と設計. 自動制御連合講演会講演論文集, Vol. 51, pp. 201–201, 2008.
- [12] 高橋徹, 阿部和規, 藤井秀樹, 伊加田恵志, 松平正樹. 動的ハイブリッド交通流シミュレーションモデルの開発と高速道路の実データを用いた検証. 日本シミュレーション学会論文誌, Vol. 13, No. 1, pp. 37–47, 2021.
- [13] 飯田恭敬, 藤井聡, 内田敬. 道路網における経路選択を考慮した動的交通流シミュレーション. 土木学会論文集, Vol. 1996, No. 536, pp. 37–47, 1996.
- [14] 久保田尚, 大口敬, 高橋勝美. 改訂版 読んで学ぶ交通工学・交通計画. 理工図書株式会社, 2021.
- [15] Unity のリアルタイム開発プラットフォーム —3D/2D, VR/AR のエンジン. Unity のリアルタイム開発プラットフォーム — 3D/2D, VR/AR のエンジン. <https://unity.com/ja>. 参照: 2022.7.12.
- [16] Unity Documentation. UnityEngine.Ray - Unity スクリプトリファレンス. <https://docs.unity3d.com/ja/2022.1/ScriptReference/Ray.html>. 参照: 2022.7.12.
- [17] このくにのかたち (物理). 空間平均速度とは何か【技術士一次試験過去問の解法】. <https://soozy.hatenablog.com/entry/2020/08/16/184554#%E7%A9%BA%E9%96%93%E5%B9%B3%E5%9D%87%E9%80%9F%E5%BA%A6%E3%81%AE%E5%AE%9A%E7%BE%A9>. 参照: 2022.7.12.

- [18] kaityo256. 渋滞を再現する数理モデル「最適速度模型」を触ってみる. <https://qiita.com/kaityo256/items/36c2ba0ee63cb0c57fa3>. 参照: 2022.6.30.
- [19] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation. *Phys. Rev. E*, Vol. 51, pp. 1035–1042, Feb 1995.
- [20] 長井亮一, 尾之内恒俊, 長谷隆. 最適速度交通流モデルにおける矩形波の伝播挙動. 日本流体力学会誌「ながれ」, Vol. 24, No. 4, pp. 421–429, 2005.